

AUSBREITUNG ELEKTROAKUSTISCHER WELLEN IN PIEZOELEKTRIKA

E.Langer⁽¹⁾, S.Selberherr⁽¹⁾, P.Markowich⁽²⁾, Ch.Ringhofer⁽³⁾

(1) Inst. für Allgemeine Elektrotechnik und Elektronik, TU Wien

(2) Institut für Angewandte Mathematik, TU Wien

(3) Mathematics Research Center, University of Wisconsin-Madison

ZUSAMMENFASSUNG:

Es wird eine "Ab Initio"-Analyse der Wellenausbreitung in anisotropen, piezoelektrischen Materialien vorgestellt, welche die Effekte zweiter Ordnung, wie z.B. Volumenwellenanregung und Wechselwirkung zwischen Volumen- und Oberflächenwellen, nicht vernachlässigt. Ausgangspunkt unserer Analyse sind die Bewegungsgleichungen sowie die Poissongleichung, welche mit den entsprechenden Rand- und Anfangsbedingungen zeitabhängig in zwei Ortsdimensionen mittels eines selbst entwickelten Computerprogrammes numerisch gelöst werden.

1. Einleitung

Infolge der steigenden Bedeutung von Oberflächenwellenbauelementen ist der Modellierung der Wellenausbreitungsphänomäne in anisotropen, piezoelektrischen Medien großes Gewicht beizumessen. Es existieren zwar viele Veröffentlichungen über die Ausbreitung von Oberflächenwellen, doch machen die Autoren entweder von vornherein einen Wellenansatz, z.B. [1,2], oder sie simulieren eine periodische Struktur [3]. Unsere Methode unterscheidet sich vor allem dadurch, daß wir weder die gesuchte Lösung durch einen Ansatz vorwegnehmen noch die Geometrie a priori beeinflussen. Wir lösen die fundamentalen Differentialgleichungen in der Sagittalebene - das ist die Ebene, welche in Ausbreitungsrichtung liegt und normal zur Oberfläche steht - mit Hilfe eines semi-impliziten Zeit-Integrationsverfahrens unter Verwendung neuartiger Randbedingungen für die quasi unendlich ausgedehnte Halbebene.

Die Eingabedaten für unser Programm sind die Wandlergeometrie, das Substratmaterial, die Eulerwinkel des Kristallschnittes und die Zeitfunktion der angelegten elektrischen Spannung. Die Lösungsvariablen sind der mechanische Verschiebungsvektor und das elektrische Potential, welche je nach gewünschter Anwendung weiterverarbeitet werden können.

2. Das mathematische Modell

Das mathematische Modell besteht aus den Bewegungsgleichungen (1), der linearen Beziehung zwischen mechanischer Verschiebung und Verzerrung (2), den quasistationären Maxwellgleichungen (3) und (4), sowie den grundsätzlichen, linearen, piezoelektrischen Beziehungen (5), (6). Die Gleichungen (1) bis (6) beschreiben die Ausbreitung elektroakustischer Wellen in beliebigen piezoelektrischen Medien [4]. Es ist zu beachten, daß sowohl Tensor-schreibweise als auch die Einsteinsche Summenkonvention verwendet werden.

$$\partial T_{ij} / \partial x_i = \rho \cdot \partial^2 u_j / \partial t^2 \quad (1)$$

$$S_{kl} = (\partial u_k / \partial x_l + \partial u_l / \partial x_k) / 2 \quad (2)$$

$$\partial D_i / \partial x_i = 0 \quad (3)$$

$$E_i = -\partial \varphi / \partial x_i \quad (4)$$

$$T_{ij} = c_{ijkl} \cdot S_{kl} - e_{nij} \cdot E_n \quad (5)$$

$$D_m = e_{mkl} \cdot S_{kl} + \epsilon_{mn} \cdot E_n \quad (6)$$

T bedeutet die mechanische Spannung, ρ die Massendichte, u die mechanische Verschiebung, S die Verzerrung, D die elektrische Verschiebung, E das elektrische Feld und φ das elektrische Potential. c ist der Elastizitätstensor 4. Stufe, e der piezoelektrische Tensor 3. Stufe und ϵ der dielektrische Tensor 2. Stufe im gedrehten Koordinatensystem. Diese drei Tensoren sind das Ergebnis einer Transformation der nicht gedrehten Größen mittels der Eulerschen Transformationsmatrix.

Durch Elimination von E, S, D und T erhält man aus den Gleichungen (1) bis (6) ein partielles Differentialgleichungssystem in drei Ortsdimensionen ($j=1,2,3$), welches aus den drei mechanischen Wellengleichungen (7) und der Poissongleichung (8) besteht.

$$c_{ijkl} \cdot \partial^2 u_k / \partial x_l \partial x_i - e_{kij} \cdot \partial^2 \varphi / \partial x_k \partial x_i = \rho \cdot \partial^2 u_j / \partial t^2 \quad (7)$$

$$e_{ikl} \cdot \partial^2 u_k / \partial x_l \partial x_i - \epsilon_{ik} \cdot \partial^2 \varphi / \partial x_k \partial x_i = 0 \quad (8)$$

Die Randbedingungen an der Oberfläche ergeben sich für die mechanischen Größen aus der Tatsache, daß jede Kraftkomponente normal zur Oberfläche verschwinden muß ($T_{3j} = 0$); für die Poissongleichung gilt an der freien Oberfläche, daß die Normalkomponente der elektrischen Verschiebung verschwindet ($D_3 = 0$), während an den Elektroden das elektrische Potential vorgegeben ist.

Unter der durchaus gerechtfertigten Annahme, daß die Fingerlänge groß ist gegenüber der Fingerbreite, reduzieren wir das System (7), (8) auf zwei Ortsdimensionen $x=x_1$ und $z=x_3$ (die Sagittalebene). Definiert man den Lösungsvektor s mit seinen Komponenten u, v, w (mechanische Verschiebungskomponenten) und φ (elektrisches Potential), erhält man das Gleichungssystem (9) und die Randbedingungen an der Oberfläche (10), wobei A, B, C, Q, F und G 4x4-Matrizen sind.

$$A \cdot s_{xx} + B \cdot s_{xz} + C \cdot s_{zz} = Q \cdot s_{tt}, \quad t > 0, \quad x \in R, \quad z < 0 \quad (9)$$

$$F \cdot s_x + G \cdot s_z = 0 \quad z = 0 \quad (10)$$

Um ein endlich-dimensionales lineares Gleichungssystem für jeden Zeitschritt zu erhalten, müssen in der Sagittalebene künstliche Ränder eingeführt werden, an denen Randbedingungen vorzugeben sind, die das Verhalten im Inneren nicht beeinflussen, das heißt, keinerlei Reflexionen bewirken. Unsere neue Methode basiert auf der Tatsache, daß es hinreichend weit weg von den Fingern nur noch ebene Volumenwellen gibt, die sich in annähernd radialer Richtung ausbreiten. Wir transformieren Gleichung (9) in Polarkoordinaten (α, r) und bilden den Grenzwert für r gegen unendlich. Dadurch erhält man ein System partieller Differentialgleichungen in einer Ortsdimension (11), welches die eben erwähnten ebenen Wellen als Lösung hat. Die Randbedingung (12), welche eine Verallgemeinerung der Sommerfeldschen Strahlungsbedingung ist, erfüllt das Gleichungssystem (11) implizit und absorbiert daher alle möglichen radialen ebenen Wellen.

$$H \cdot s_{rr} = Q \cdot s_{tt} \quad (11)$$

$$\text{wobei } H = A \cdot \cos^2 \alpha + B \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha + C \cdot \sin^2 \alpha$$

$$s_r = s_x \cdot \cos \alpha + s_z \cdot \sin \alpha = - \sqrt{H^{-1} \cdot Q} \cdot s_t \quad (12)$$

Der numerische Lösungsalgorithmus sowie die verwendete Diskretisierung können hier aus Platzmangel nicht beschrieben werden; letztere ist in Literaturstelle [5] zu finden.

3. Ergebnisse

Wir zeigen Ergebnisse einer transienten Analyse eines Vierfingerwandlers auf YZ-LiNbO₃. Die Entfernung zwischen zwei benachbarten Elektroden sowie die Fingerbreite beträgt 250 μm . Die angelegte elektrische Spannung ist eine sinusförmige Zeitfunktion mit einer Amplitude von 0.5 V und der dem Wandler entsprechenden Resonanzfrequenz von 3.5 MHz.

Bild 1 stellt die mechanische Verschiebungskomponente u (das ist die Komponente parallel zur Oberfläche) nach $1\ 1/2$ Perioden in einer quasi dreidimensionalen Zeichnung dar. Die rechteckige Grundfläche representiert die Sagittalebene, während die dritte Dimension die darzustellende Größe ist. Man kann deutlich erkennen, daß die Komponente ihr Maximum an der Oberfläche hat und sehr rasch ins Volumen hin abklingt.

Bild 2 zeigt die mechanische Verschiebungskomponente w (das ist die Komponente normal zur Oberfläche) zur selben Zeit wie Bild 1. Das Verhalten im Inneren unterscheidet sich von dem der Komponente u ganz wesentlich: Das Maximum liegt unter und nicht in der Oberfläche und das Abklingen ins Volumen hin erfolgt langsamer.

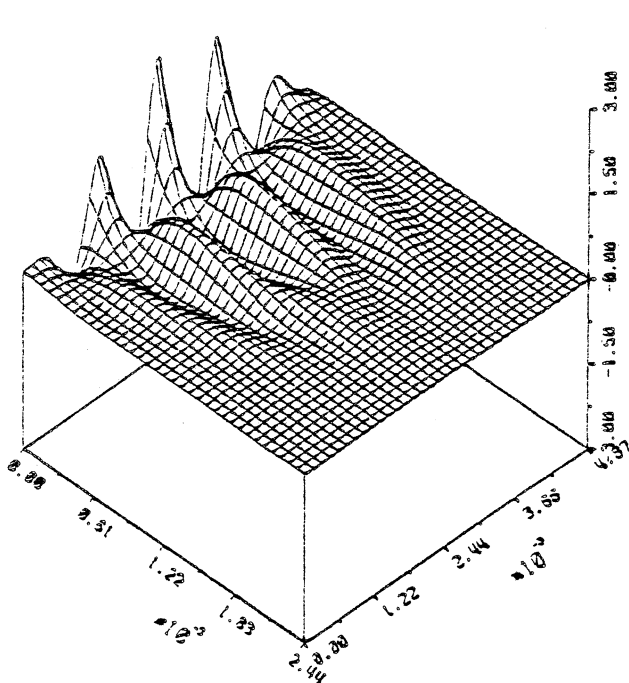
Für diesen speziellen Kristallschnitt von LiNbO₃ ist die zweite Gleichung sowohl des Systems (9) als auch der Randbedingung (10) von den anderen vollkommen entkoppelt. Aus diesem Grund ist die mechanische Verschiebungskomponente v für die Wellenausbreitung nicht relevant.

Danksagung

Diese Arbeit wurde vom "Fond zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung (Projekt S22/11)" und vom Forschungslabor der Siemens AG München unterstützt.

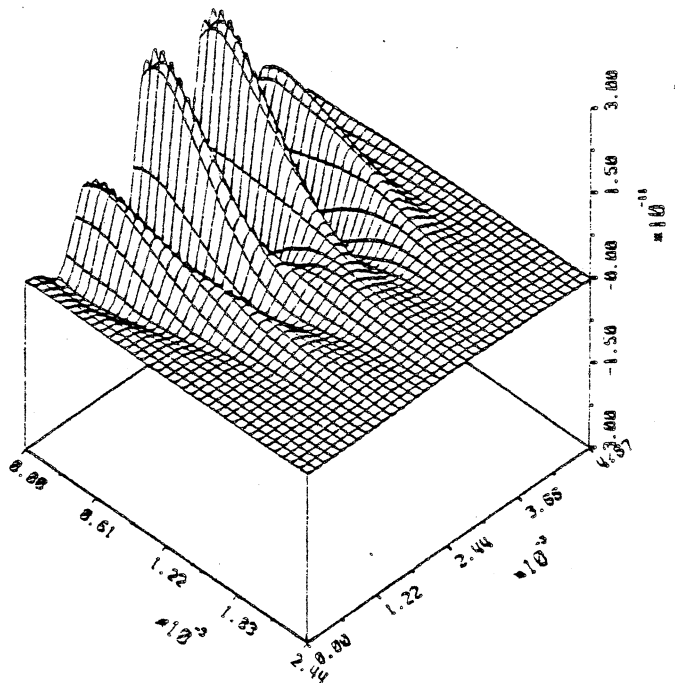
Literatur

- [1] R. F. Milsom et al.: "Analysis of Generation and Detection of Surface and Bulk Acoustic Waves by Interdigital Transducers", Trans. Sonics and Ultrasonics, Vol.SU-24, May 1977, pp.147.
- [2] R. Peach: "A General Approach to the Electrostatic Problem of the SAW Interdigital Transducer", Trans. Sonics and Ultrasonics, Vol.SU-28, March 1981, pp.96.
- [3] Y. Kagawa, T. Yamabuchi: "A Finite Element Approach to Electromechanical Problems with an Application to Energy-Trapped and Surface-Wave Devices", Trans. Sonics and Ultrasonics, Vol.SU-23, July 1976, pp.263.
- [4] B. A. Auld: "Acoustic Fields and Waves in Solids", Wiley, New York, 1973.
- [5] E. Langer et al.: "Numerical Analysis of Generation of Acoustic Waves in Anisotropic Piezoelectric Materials", Proc. Ultrasonics Symposium, San Diego, California, USA, Oct.1982, pp.350.



U TIME=4.29E-07 SEC

Bild 1



W TIME=4.29E-07 SEC

Bild 2