MINIMOS – Zweidimensionale Modellierung von MOS-Transistoren

Benutzerorientiertes Programm zur Simulation von planaren MOS-FETs (Teil 1)

S. Selberherr, A. Schütz, H. Pötzl

Die Höchstintegration (VLSI) von MOS-Schaltungen machte die computerunterstützte Simulation für den Entwurf moderner MOS-Transistoren zur unbedingten Notwendigkeit, im besonderen, weil experimentelle Untersuchungen sehr zeitraubend, oft auch sehr teuer und manchmal überhaupt nicht durchführbar sind. Die bislang veröffentlichten analytischen Modelle für MOS-Transistoren beruhen auf gewissen Annahmen, die zumeist derartige physikalische Einschränkungen bedeuten, daß nur eine sehr begrenzte Analyse und Vorhersagbarkeit von Transistoreigenschaften erzielt werden kann. Insbesondere verlieren die einfachen Modelle mit dem fortschreitenden Grad der Miniaturisierung immer mehr ihre Anwendbarkeit. Um nun moderne MOS-Transistoren in einer brauchbaren Weise zu beschreiben, ist man gezwungen numerische Modelle mit höherer Genauigkeit zu verwenden.

In den letzten Jahren wurden mehrere Versuche gemacht, Computer-Simulationsprogramme mit zweidimensionalen Modellen als Grundlage und ohne tiefgreifende physikalische Einschränkungen zu entwickeln (*Lit. 1* bis *Lit. 10*). Aber in fast jedem Fall war eine breite Anwendbarkeit dieser Programme aufgrund mangelnder numerischer Stabilität, zu großem Speicherplatz- und Rechenzeitbedarf oder zu geringem Durchsatz nicht gewährleistet.

MINIMOS ist ein sehr benutzerorientiertes Programmpaket zur zweidimensionalen Simulation planarer MOS-Transistoren. Die Verwendung modernster Programmiermethoden garantiert höchstmögliche Flexibilität und die benötigten niedrigen Computerkosten. Die implementierte dynamische Speicherplatzverwaltung ermöglicht einen extrem gesteigerten Durchsatz. Die Kernteile der Lösungsroutinen sind in Maschinensprache geschrieben, damit kurze Laufzeiten gewährleistet sind. Die Eingabesprache ist leicht zu merken und richtet sich strukturell nach einem Vorschlag für eine einheitliche Syntax von CAD-Programmen (*Lit. 11*).

Im ersten Abschnitt dieses Artikels wird das physikalische Modell, das *MINIMOS* zugrunde liegt, vorgestellt und im Abschnitt 2 die numerische Realisierung erläutert. Im zweiten Teil des Beitrages, der im nächsten Heft erscheint, werden typische Ergebnisse gezeigt und diskutiert.

1. Das physikalische Modell

Um eine beliebige Halbleiterstruktur für alle möglichen Arbeitsbedingungen genau zu analysieren, müssen die klassischen Halbleitergrundgleichungen, die in der folgenden Art als erstes von van Roosbroeck (*Lit. 12*) angegeben worden sind, gelöst werden.

$$\operatorname{div} \varepsilon \operatorname{grad} \psi = -q\,(p - n + N_D^+ - N_A^-) \quad \text{(Poissongleichung)} \tag{1}$$

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{div} J_n - q\,\frac{\partial n}{\partial t} &= qR \qquad (2)\\ \operatorname{div} J_p + q\,\frac{\partial p}{\partial t} &= -qR \qquad (3)\end{aligned}\right\} \text{(Kontinuitätsgleichungen)}$$

$$\left.\begin{aligned} J_n &= -q\,(\mu_n\, n \operatorname{grad} \psi - D_n \operatorname{grad} n) \qquad (4)\\ J_p &= -q\,(\mu_p\, p \operatorname{grad} \psi + D_p \operatorname{grad} p) \qquad (5)\end{aligned}\right\} \text{(Stromgleichungen)}$$

Diese Gleichungen können mittels eines Iterationsverfahrens nach Gummel (*Lit. 13*) für den statischen Fall gelöst werden. Normiert man (1) bis (5) nach de Mari (*Lit. 14*), erhält man die folgende einfachere Form der Grundgleichungen:

$$\begin{aligned} &\operatorname{div} \operatorname{grad} \psi = n - p - C \qquad (6)\\ &\operatorname{div} J_n = R\\ &\operatorname{div} J_p = -R\\ &J_n = -\mu_n\,(n \operatorname{grad} \psi - \operatorname{grad} n)\\ &J_p = -\mu_p\,(p \operatorname{grad} \psi + \operatorname{grad} p)\end{aligned}$$

Um diese Gleichungen zu erhalten, muß folgendes angenommen werden:

homogene Dielektrizitätskonstanten im Halbleiter und im Oxid.

$$\varepsilon_{SEM} = \text{Const.},\ \varepsilon_{OXID} = \text{Const.} \tag{7}$$

totale Ionisation der Störstellen

$$C = N_D - N_A = N_D^+ - N_A^- \tag{8}$$

Das im *MINIMOS* verwendete Modell trifft einige weitere Vereinfachungen, die im allgemeinen für die MOS-Transistor-Simulation unkritisch sind.

keine Entartung

$$n_i = \text{Const. (kein Bandgap-Narrowing)} \tag{9}$$

keine Rekombination und Generation

$$R = 0 \tag{10}$$

kein Majoritätsträgerstrom

$$\text{für den n-Kanal Transistor: } J_p = 0 \tag{11}$$

$$\text{für den p-Kanal Transistor: } J_n = 0$$

homogene Temperaturverteilung im ganzen Transistor

$$T = \text{Const.} \tag{12}$$

Univ.-Prof. Dr. Dipl.-Ing. Johannes Pötzl ist Leiter der Abteilung physikalische Elektronik im Institut für Allgemeine Elektrotechnik und Elektronik der Technischen Universität Wien. *Dipl.-Ing. Siegfried Selberherr* und *Alfred Schütz* sind Assistenten an diesem Institut. Das beschriebene Projekt wurde zwei Jahre lang vom wissenschaftlichen Forschungsförderungsfonds gefördert.

Die Simulationstemperatur wird zwar konstant gehalten, kann aber im Bereich von 250 bis 450 K variiert werden.

Damit führt das Modell zu dem folgenden nichtlinearen System partieller Differentialgleichungen für den n-Kanal-Transistor:

$$\begin{aligned} &\operatorname{div} \operatorname{grad} \psi = \exp(\psi - \phi_n) - \exp(\phi_p - \psi) - C \\ &\operatorname{div} J_n = 0 \\ &J_n = -\mu_n \, n \operatorname{grad} \phi_n \\ &\phi_p = \text{const} \quad (\text{das bedeutet: } J_p = 0) \end{aligned} \tag{13a}$$

für den p-Kanal-Transistor:

$$\begin{aligned} &\operatorname{div} \operatorname{grad} \psi = \exp(\psi - \phi_n) - \exp(\phi_p - \psi) - C \\ &\operatorname{div} J_p = 0 \\ &J_p = -\mu_p \, p \operatorname{grad} \phi_p \\ &\phi_n = \text{const} \quad (\text{das bedeutet: } J_n = 0) \end{aligned} \tag{13b}$$

An dieser Stelle sollte angemerkt werden, daß eine direkte Berechnung von Substratströmen mit diesem Modell nicht möglich ist, da Rekombination und Generation vernachlässigt worden sind und das Quasiferminiveau der Majoritätsträger als konstant angenommen worden ist.

Eine einigermaßen zufriedenstellende Abschätzung des Substratstromes kann jedoch durch die Integration der Ionisationsrate im ganzen Bauelement erzielt werden (*Lit. 15*), wodurch die Rechtfertigung der gemachten Vereinfachungen gegeben ist.

Der wichtigste Eingabeparameter ist zweifellos das Dotierungsprofil. Da zweidimensionale Dotierungsprofile bislang noch nicht sehr detailliert untersucht worden sind, bietet *MINIMOS* mehrere Möglichkeiten, ein Dotierungsprofil zu spezifizieren (*Lit. 16*). Erstens kann eine Näherung mit in vielen Fällen ausreichender Genauigkeit von *MINIMOS* direkt berechnet werden. Dazu werden geschlossene analytische Ausdrücke nach *Lit. 17* bis *19* verwendet. Zweitens kann *SUPREM*, das **S**tandford **U**niversity **Pr**ocess **E**ngineering **M**odels Programm (*Lit. 20*), zur sehr genauen Berechnung des Kanalprofils und des Source-Drain-Profils angewendet werden, wobei nur mehr eine Anpassung in lateraler Richtung notwendig ist. Drittens kann ein Dotierungsprofil auch punktweise angegeben werden. Das ist natürlich sehr kompliziert, bietet aber die Möglichkeit DIMOS-Transistoren, oder sogar noch komplexere Strukturen, zu simulieren.

Als zu modellierende physikalische Parameter bleiben die Thermospannung (U_T), die intrinsische Dichte (n_i) und die Ladungsträgerbeweglichkeiten (μ_n, μ_p).

$$\begin{aligned} U_T &= U_T(T) = \frac{kT}{q} \quad (V) \\ n_i &= n_i\,(T) = 3.88 \cdot 10^{16}\, T^{3/2}\, \mathrm{EXP}\,(-7000/T)\ (\mathrm{cm}^{-3}) \\ \mu_n &= \mu_n\,(T, E_P, E_T, y, C, n) \quad (\mathrm{cm}^2/\mathrm{Vs}) \\ \mu_p &= \mu_p\,(T, E_P, E_T, y, C, p) \quad (\mathrm{cm}^2/\mathrm{Vs}) \end{aligned} \tag{14}$$

Da die bislang publizierten Beweglichkeitsmodelle (*Lit. 21* bis *23*) sich weitgehend als nicht zufriedenstellend erwiesen, mußte ein neues Modell entwickelt werden (*Lit. 24*). Die Beweglichkeit wird hier als Funktion der Temperatur (T), der elektrischen Feldkomponente parallel zur Richtung des Stromflusses (E_P), der elektrischen Feldkomponente normal zur Si–SiO_2-Grenzschicht (E_T), dem Abstand zur Grenzschicht (y), der Störstellendichte (C) sowie der freien Ladungsträgerdichten (n, p) modelliert. Die implementierten Formeln sind detailliert im Anhang A angegeben.

2. Die numerische Behandlung

In den folgenden Erläuterungen wird nur auf n-Kanal-Transistoren Bezug genommen, da der einzige Unterschied für p-Kanal-Transistoren in einigen Vorzeichen und Konstanten liegt.

Das mit Gleichung (13) definierte System von Differentialgleichungen mit dem elektrischen Potential (ψ) und dem Quasiferminiveau der Elektronen (Φ_n) als physikalische Primärvariable muß linearisiert werden und kann dann entweder iterativ (*Lit. 13*) oder simultan gelöst werden. Die simultane Lösung birgt bedeutende numerische Schwierigkeiten und bietet nur unter gewissen Bedingungen Vorteile (*Lit. 10*), so daß im allgemeinen der iterative Weg vorzuziehen ist (*Lit. 16*). Zur Lösung wurden die Differentialgleichungen mit Hilfe finiter Differenzen diskretisiert. Die zur Simulation verwendete Transistorgeometrie ist in *Bild 1* zu sehen.

a) Die Poissongleichung

Linearisiert man die erste Gleichung von (13a), erhält man:

$$\begin{aligned} &\psi_{\mathrm{EXACT}} = \psi + \delta \\ &\operatorname{div} \operatorname{grad} \delta - \delta\,(n+p) = n - p - C - \operatorname{div} \operatorname{grad} \psi + 0\,(\delta^2) \end{aligned} \tag{15}$$

Die Gleichung (15) stellt eine elliptische Differentialgleichung, eine sogenannte „Helmholtzgleichung" dar. Die Diskretisierung dieser Gleichung in finite Differenzen bietet keine Schwierigkeiten und kann mit Standardmethoden durchgeführt werden (*Lit. 25, 26*). Mit Sorgfalt muß nur die Grenzschicht diskretisiert werden (Linie BE in *Bild 1*), da hier die Raumladung unstetig ist. Im Oxid vereinfacht sich die Poissongleichung zur Laplacegleichung.

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \psi = 0 \tag{16}$$

b) Die Randbedingungen für das elektrische Potential

Die Kontakte (AB: Source, CD: Gate, EF: Drain, GH: Bulk) werden als ohmsch angenommen. Das Potential wird daher dort auf den Wert der angelegten Spannung plus dem durch die Dotierung eingebauten Potential festgehalten. An der Grenzschicht muß der Gaußsche Satz nach Gleichung (17) erfüllt werden, der auch die Grundlage für die Diskretisierung darstellt:

$$\left(\varepsilon_{\mathrm{OX}} \frac{\partial \psi}{\partial y}\right)_{\mathrm{OX}} = \left(\varepsilon_{\mathrm{SEM}} \frac{\partial \psi}{\partial y}\right)_{\mathrm{SEM}} \tag{17}$$

An den vertikalen Rändern (AH, CB, DE, FG) muß die laterale Feldstärkenkomponente verschwinden. Dies kann mit Hilfe des „Spiegelungsprinzips" (*Lit. 25*) leicht realisiert werden.

c) Die Kontinuitätsgleichung

Zur Lösung der Kontinuitätsgleichung wurde die Differenzennäherung von Scharfetter und Gummel (*Lit. 23*) auf zwei Ortskoordinaten erweitert. Infolge des großen Gültigkeitsbereichs dieser Differenzengleichungen, was der Hauptgrund für die Wahl dieser Methode war, sind selbst für sehr genaue Rechnungen nur wenige Gitterpunkte erforderlich. Es sollte aber trotzdem hier angemerkt werden, daß es noch einige andere Verfahren zur Diskretisierung der Kontinuitätsgleichung gibt (z. B. wie in *Lit. 2* und *Lit. 4* beschrieben).

d) Die Randbedingungen für die Kontinuitätsgleichung

Am Source-Kontakt (AB) und am Drain-Kontakt (EF) wird die Trägerdichte auf den Dotierungswert gesetzt und festgehalten.

An der Grenzschicht (BE) wird keine Normalstromkomponente zugelassen. An den vertikalen Rändern (AH, FG) muß die Lateralstromkomponente verschwinden. Am Bulk-Kontakt (HG) wird überhaupt kein Stromfluß zugelassen. Einige Einzelheiten über die Differenzengleichungen sind im Anhang B angegeben. Als Grundlagenliteratur ist eventuell *Lit. 25* bis *27* zu empfehlen.

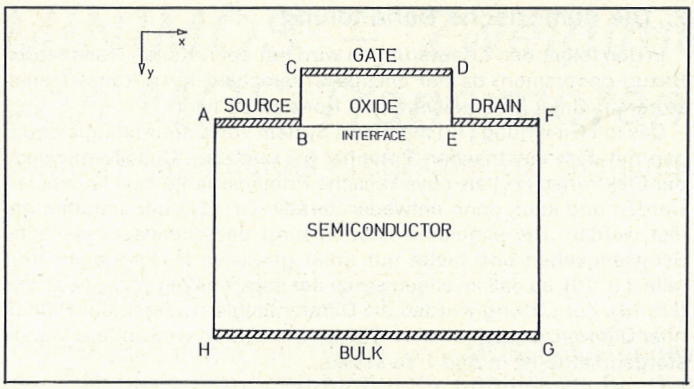


Bild 1: *Die Simulationsgeometrie.*

e) Gitter und Anfangslösung

Das verwendete Gitter ist nicht äquidistant und wird von *MINIMOS* vollautomatisch unter Berücksichtigung des zu simulierenden Arbeitspunktes und des Dotierungsprofils generiert. Als eine der Richtlinien für die Gittergeneration ist der Potentialsprung zwischen zwei benachbarten Gitterpunkten zu nennen. Es wird getrachtet, diesen möglichst immer kleiner als 10 Thermospannungen zu halten. Das kleinste Gitter weist 25 mal 25 Punkte auf; die maximale Größe beträgt 60 mal 60 Punkte. Da die aktuelle Gittergröße die benötigte Rechenzeit und den Speicherplatzbedarf wesentlich bestimmt, muß die optimale Gittergröße sehr sorgfältig abgeschätzt werden. Mit analoger Sorgfalt muß die Anfangslösung berechnet werden. In *MINIMOS* werden eindimensionale Näherungen gefolgt von der simultanen Lösung der zweidimensionalen Poissongleichung und der eindimensionalen Kontinuitätsgleichung verwendet. Nach diesem Simulationsschritt wird das Gitter optimiert und die Anfangslösung neu berechnet, bis eine ideale Konfiguration von Gitter und Anfangslösung erreicht ist.

f) Die Lösung

Die Methode von Stone (*Lit. 28*) hat sich sowohl für die Poissongleichung als auch die Kontinuitätsgleichung als optimal herausgestellt. Die Relaxationsmethoden (*Lit. 20* und *22*) sind wegen des zu großen Rechenzeitbedarfs ungeeignet. Die Methode von Dupont, Kendall und Rachford (*Lit. 29*) ist bezüglich des Rechenzeitbedarfs ziemlich gleichwertig, die Datenaufbereitung ist jedoch schwieriger. Als Iterationsparameter wird ein Satz von sechs oder neun Werten zyklisch variiert, ähnlich dem Vorschlag von Stone. Im Falle der Poissongleichung kann man den Maximalwert des Iterationsparameters recht gut, wie in (*Lit. 28*) erläutert, abschätzen. Für die Kontinuitätsgleichung hat sich ein relativ kleiner Wert (0,25) als ideal herausgestellt. Eine theoretische Verifikation dieses Wertes war nicht möglich. Wahrscheinlich ist jedoch die relativ schlechte Kondition der Kontinuitätsgleichung dafür verantwortlich. Örtlich variierende Iterationsparameter, wie Jesshope (*Lit. 30*) vorgeschlagen hat, wurden ausprobiert, brachten aber keine wesentliche Verbesserung mit sich. Als Abbruchkriterium für den Iterationsprozeß wird ein maximaler Potentialfehler von 10^{-4} Thermospannungen verlangt. Diese Genauigkeit erreicht man mit 3 bis 100 Iterationen, was hauptsächlich vom Arbeitspunkt abhängt. Die totale Rechenzeit für einen Arbeitspunkt liegt damit zwischen 5 und 60 s auf einem CDC-Computer *Cyber 74*.

Anhang A

In diesem Abschnitt werden kurz die Formeln für Elektronen- und Löcherbeweglichkeit erläutert. Eine detaillierte Ableitung mit Angabe aller Literaturstellen ist in *Lit. 24* zu finden.

a) Elektronenbeweglichkeit

Die Beweglichkeit wird im wesentlichen aus zwei Komponenten zusammengesetzt.

$$\mu_n\,(T, E_P, E_T, y, C, n) = (1/\mu\,LI^{\beta} + 1/\mu\,EPET^{\beta})^{-1/\beta}$$

Die verwendete Verknüpfung ist eine Art Mathiessenregel mit einem temperaturabhängigen Gewicht (*Lit. 32*).

$$\beta = 2.57 \cdot 10^{-2}\,T^{0.66}$$

Die Komponente μLI beschreibt den Einfluß der Gitterstreuung der Störstellenstreuung und die Abschirmung der Störstellen durch die freien Ladungsträger als Funktion der Temperatur.

$$\mu LI = \mu LI\,(T, C, n)$$

Die Komponente μEPET beschreibt den Einfluß der Geschwindigkeitssättigung und der Oberflächenstreuung sowohl als Funktion der Temperatur als auch des Abstands von der Si–SiO_2-Grenzschicht.

$$\mu EPET = \mu EPET\,(T, E_P, E_T, y)$$

μLI selbst wird wieder aus zwei Komponenten zusammengesetzt; μL bedeutet die Gitterbeweglichkeit und μI die Störstellenbeweglichkeit nach Brooks (*Lit. 33*).

$$\mu L = 7.12 \cdot 10^{8}\,T^{-2.3} \qquad \left[\frac{cm^2}{Vs}\right]$$

$$\mu I = \frac{7.3 \cdot 10^{17}\,T^{1.5}}{C \cdot f\left(\dfrac{1.52 \cdot 10^{15}\,T^2}{n}\right)} \qquad \left[\frac{cm^2}{Vs}\right]$$

mit $f(x) = \ln(1+x) - \dfrac{x}{1+x}$

μL und μI werden mit der Formel von Debye (*Lit. 34*) verknüpft.

$$\mu LI = \mu L\left\{1 + g\left[\left(\frac{6\,\mu L}{\mu I}\right)^{1/2}\right]\right\}$$

mit $g(x) = x^2\left(Ci\,(x)\cos(x) + \sin(x)\left(Si\,(x) - \dfrac{\pi}{2}\right)\right)$

Auch μEPET setzt sich aus zwei Anteilen zusammen; μEP beschreibt den Einfluß der Geschwindigkeitssättigung und μET modelliert die Oberflächenstreuung.

$$\mu EP = \frac{1.53 \cdot 10^{9}\,T^{-0.87}}{-E_P} \cdot \left(\frac{y + 10^{-7}}{y + 2 \cdot 10^{-7}}\right)^{1/2} \qquad \left[\frac{cm^2}{Vs}\right]$$

$$\mu ET = 10^{8} \cdot (y + 2 \cdot 10^{-7})^{1/2} \cdot h\,(E_T)^{-1/2} \qquad \left[\frac{cm^2}{Vs}\right]$$

mit $h(x) = x + (x^2)^{1/2}$.

Die beiden Anteile werden empirisch mittels einer Mathiessenregel mit einem Gewicht von 2 verknüpft.

$$\mu EPET = (1/\mu EP^2 + 1/\mu ET^2)^{-1/2}$$

Selbstverständlich sind so manche Konstanten in dieser Ausführung diskussionswürdig und werden möglicherweise aufgrund zukünftiger Forschungsergebnisse modifiziert. Die zitierten Werte ergaben jedenfalls optimale quantitative Übereinstimmung von Simulation und Messung in den bislang betriebenen Untersuchungen.

b) Löcherbeweglichkeit

Strukturell werden identische Formeln zur Modellierung der Löcherbeweglichkeit verwendet wie für die Elektronenbeweglichkeit. Daher sind in diesem Abschnitt nur die entsprechenden Formeln zusammengefaßt um die relevanten Konstanten aufzuzeigen.

Mit $\mu L = 1.35 \cdot 10^8\, T^{-2.2}$ $\left[\frac{cm^2}{Vs}\right]$

und $\mu I = \dfrac{5.6 \cdot 10^{17}\, T^{1.5}}{C \cdot f\left(\dfrac{2.5 \cdot 10^{15}\, T^2}{p}\right)}$ $\left[\frac{cm^2}{Vs}\right]$

gilt $\mu LI = \mu L \left\{1 + g\left[\left(\dfrac{6\,\mu L}{\mu I}\right)^{1/2}\right]\right\}.$

Mit $\mu EP = \dfrac{1.62 \cdot 10^8\, T^{-0.52}}{E_P} \cdot \left(\dfrac{y + 2 \cdot 10^{-7}}{y + 4 \cdot 10^{-7}}\right)^{1/2}$ $\left[\frac{cm^2}{Vs}\right]$

und $\mu ET = 2.6 \cdot 10^8 \cdot (y + 4 \cdot 10^{-7})^{1/2} \cdot h\,(-E_T)^{-1/2}$ $\left[\frac{cm^2}{Vs}\right]$

gilt $\mu EPET = (1/\mu EP^2 + 1/\mu ET^2)^{-1/2}$

Mit $\beta = 0.46\, T^{0.17}$

ergibt sich $\mu_p\,(T, E_P, E_T, y, C, p) = (1/\mu LI^{\beta} + 1/\mu EPET^{\beta})^{-1/\beta}.$

Die Funktionen f, g, h sind identisch für Elektronen- und Löcherbeweglichkeit.

Anhang B

In diesem Abschnitt werden die diskreten Formen der Poisson- und Kontinuitätsgleichung für finite Differenzen angegeben.

a) Die Poissongleichung im Halbleiter

Mit $e_{ij} = 0.5\,(x_i + x_{i-1})\,(y_j + y_{j-1})$

und $f_{ij} = (y_j + y_{j-1})/x_i$

$g_{ij} = (x_i + x_{i-1})/y_j$

$r_{ij} = 1/(e_{ij}\,(n_{ij} + \exp(\phi_p - \psi_{ij})) + f_{ij} + f_{i-1j} + g_{ij} + g_{ij-1})$

$a_{ij} = f_{ij}\, r_{ij}$

$b_{ij} = f_{i-1j}\, r_{ij}$

$c_{ij} = g_{ij}\, r_{ij}$

$d_{ij} = g_{ij-1}\, r_{ij}$

gilt $\delta_{ij} = a_{ij}\,(\delta_{i+1j} + \psi_{i+1j} - \psi_{ij}) + b_{ij}\,(\delta_{i-1j} + \psi_{i-1j} - \psi_{ij}) +$
$+ c_{ij}\,(\delta_{ij+1} + \psi_{ij+1} - \psi_{ij}) + d_{ij}\,(\delta_{ij-1} + \psi_{ij-1} - \psi_{ij}) +$
$+ e_{ij}\, r_{ij}\,(C_{ij} - n_{ij} + \exp(\phi_p - \psi_{ij})).$

b) Die Poissongleichung an der Grenzschicht

j = k kennzeichne die Grenzschichtlinie

Mit $\gamma = \varepsilon_{OXID}/\varepsilon_{SEM}$

$e_{ik} = 0.5\,(x_i + x_{i-1})\, y_k$

$f_{ik} = (y_k + \gamma\, y_{k-1})/x_i$

$g_{ik} = (x_i + x_{i-1})/y_k$

$r_{ik} = 1/(e_{ik}\,(n_{ik} + \exp(\phi_p - \psi_{ik})) + f_{ik} + f_{i-1k} + g_{ik} + \gamma\, g_{ik-1})$

$a_{ik} = f_{ik}\, r_{ik}$

$b_{ik} = f_{i-1k}\, r_{ik}$

$c_{ik} = g_{ik}\, r_{ik}$

$d_{ik} = \gamma\, g_{ik-1}\, r_{ik}$

gilt $\delta_{ik} = a_{ik}\,(\delta_{i+1k} + \psi_{i+1k} - \psi_{ik}) + b_{ik}\,(\delta_{i-1k} + \psi_{i-1k} - \psi_{ik}) +$
$+ c_{ik}\,(\delta_{ik+1} + \psi_{ik+1} - \psi_{ik}) + d_{ik}\,(\delta_{ik-1} + \psi_{ik-1} - \psi_{ik}) +$
$+ e_{ik}\, r_{ik}\,(C_{ik} - n_{ik} + \exp(\phi_p - \psi_{ik})).$

c) Die Kontinuitätsgleichung im Halbleiter

Mit $\xi(x) = \dfrac{x}{\exp(x) - 1}$ (Bernoulli-Funktion)

$e_{ij} = \dfrac{\mu_M\, \xi(\psi_{ij} - \psi_{i+1j})}{x_i\,(x_i + x_{i-1})}$

$f_{ij} = \dfrac{\mu_{M-1}\, \xi(\psi_{ij} - \psi_{i-1j})}{x_{i-1}\,(x_i + x_{i-1})}$

$g_{ij} = \dfrac{\mu_N\, \xi(\psi_{ij} - \psi_{ij+1})}{y_j\,(y_j + y_{j-1})}$

$h_{ij} = \dfrac{\mu_{N-1}\, \xi(\psi_{ij} - \psi_{ij-1})}{y_{j-1}\,(y_j + y_{j-1})}$

$r_{ij} = \dfrac{1}{e_{ij} + f_{ij} + g_{ij} + h_{ij}}$

$a_{ij} = e_{ij}\, r_{ij} \exp(\psi_{ij} - \psi_{i+1j})$

$b_{ij} = f_{ij}\, r_{ij} \exp(\psi_{ij} - \psi_{i-1j})$

$c_{ij} = g_{ij}\, r_{ij} \exp(\psi_{ij} - \psi_{ij+1})$

$d_{ij} = h_{ij}\, r_{ij} \exp(\psi_{ij} - \psi_{ij-1})$

gilt $n_{ij} = a_{ij}\, n_{i+1j} + b_{ij}\, n_{i-1j} + c_{ij}\, n_{ij+1} + d_{ij}\, n_{ij-1}.$

d) Die Kontinuitätsgleichung an der Grenzschicht

j = k kennzeichne die Grenzschichtlinie

Mit $\xi(x) = \dfrac{x}{\exp(x) - 1}$

$e_{ik} = \dfrac{\mu_M\, \xi(\psi_{ik} - \psi_{i+1k})}{x_i\,(x_i + x_{i-1})}$

$f_{ik} = \dfrac{\mu_{M-1}\, \xi(\psi_{ik} - \psi_{i-1k})}{x_{i-1}\,(x_i + x_{i-1})}$

$g_{ik} = \dfrac{\mu_N\, \xi(\psi_{ik} - \psi_{ik+1})}{y_k^2}$

$r_{ik} = \dfrac{1}{e_{ik} + f_{ik} + g_{ik}}$

$a_{ik} = e_{ik}\, r_{ik} \exp(\psi_{ik} - \psi_{i+1k})$

$b_{ik} = f_{ik}\, r_{ik} \exp(\psi_{ik} - \psi_{i-1k})$

$c_{ik} = g_{ik}\, r_{ik} \exp(\psi_{ik} - \psi_{ik+1})$

gilt $n_{ik} = a_{ik}\, n_{i+1k} + b_{ik}\, n_{i-1k} + c_{ik}\, n_{ik+1}.$

Die Bernoulli-Funktion $\xi(x)$ muß sehr sorgfältig ausgewertet werden, um höchstmögliche Genauigkeit zu erreichen (*Lit. 31*).

Literaturverzeichnis

Lit. 1: *Kennedy, D. P., O'Brien, R. R.: Two dimensional analysis of JFET structures containing a low conductivity substrate. Electron. Letters, Vol. 7, pp. 714–716 (1971).*
Lit. 2: *Vandorpe, D., Borel, J., Merckel, G., Saintot, P.: An accurate two-dimensional numerical analysis of the MOS transistor. Solid State Electron. Vol. 15, pp. 547–557 (1972).*
Lit. 3: *Slotboom, J. W.: Computer aided two-dimensional analysis of bipolar transistors, IEEE Trans. Electron Devices, Vol. Ed-20, pp. 669–679 (1973).*
Lit. 4: *Mock, M. S.: A two-dimensional mathematical model of the insulated gate field effect transistor, Solid State Electron. Vol. 16, pp. 601–609 (1973).*
Lit. 5: *Heimeier, H. H.: A two-dimensional numerical analysis of bipolar transistors, IEEE Trans. Electron Devices, Vol. ED-20, pp. 708–714 (1973).*

Lit. 6: *Manck, O., Heimeier, H. H., Engl, W. L.: High injection in a two-dimensional transistor, IEEE Trans. Electron Devices, Vol. ED-21, pp. 403–409 (1974).*
Lit. 7: *Gaur, S. P., Navon, D. H.: Two-dimensional carrier flow in a transistor structure under non isothermal conditions, IEEE Trans. Electron Devices, Vol. ED-23, pp. 50–57 (1976).*
Lit. 8: *Kotani, N., Kawazu, S.: Computer analysis of punch through in MOSFETs, Solid State Electron. Vol. 22, pp. 63–70 (1979).*
Lit. 9: *Toyabe, T., Asai, S.: Analytical models of threshold voltage and breakdown voltage of short channel MOSFETs derived from two-dimensional analysis, IEEE Trans. Electron Devices, Vol. ED-26, pp. 453–461 (1979).*
Lit. 10: *Cotrell, P. E., Buturla, E. M.: Two dimensional static and transient simulation of mobile carrier transport in a semiconductor, Proceedings NASECODE I conference, pp. 31–64 (1979).*

Lit. 11: *Newton, A. R., Crawford, J. D., Pederson, D. O.: Computer aids to LSI and digital systems design, Katholike Universiteit Leuven, Summercourse 1978, Belgium.*
Lit. 12: *Van Roosbroeck, W. V.: Theory of flow of electrons and holes in germanium and other semiconductors, Bell System Techn. J., Vol. 29, pp. 560–607 (1950).*
Lit. 13: *Gummel, H. K.: A self consistent iterative scheme for one-dimensional steady state transistor calculations, IEEE Trans. Electron Devices, Vol. ED-11, pp. 445–465 (1964).*
Lit. 14: *De Mari, A.: An accurate numerical steady state one-dimensional solution of the pn-junction, Solid State Electron. Vol. 11, pp. 38–58 (1968).*
Lit. 15: *Toyabe, T., Yamaguchi, K., Asai, S., Mock, M.: A numerical model of avalanche breakdown in MOSFETs, IEEE Trans. Electron Devices, Vol. ED-25, pp. 825–832 (1978).*

Lit. 16: *Selberherr, S., Fichtner, W., Pötzl, H. W.: MINIMOS – a program package to facilitate MOS device design and analysis, Proceedings NASECODE I, pp. 275–279 (1979).*
Lit. 17: *Kennedy, D. P., O'Brien, R. R.: Analysis of the impurity atom distribution near the diffusion mask for a planar pn-junction, IBM J. Res. Develop., pp. 179–186 (1965).*
Lit. 18: *Lee, H. G., Sansbury, J. D., Dutton, R. W., Moll, J. L.: Modeling and measurement of surface impurity profiles of lateral diffused regions, IEEE J. Solid-State Circuits, Vol. SC-13, pp. 455–461 (1978).*
Lit. 19: *Ryssel, H., Ruge, I.: Ionenimplantation, Teubner, Stuttgart (1978).*
Lit. 20: *Antoniadis, D., Hansen, S., Dutton, R.: Suprem II – a program for IC process modelling and simulation, Technical Report No. 5019-2 Stanford Electr. Labs. (1978).*

Lit. 21: *Caughey, D. M., Thomas, R. E.: Carrier mobilities in silicon empirically related to doping and field, IEEE Proceedings, Vol. 55, pp. 2192–2193 (1967).*
Lit. 22: *Yamaguchi, K.: Field dependent mobility model for two-dimensional numerical analysis of MOSFETs, IEEE Trans. Electron Devices, Vol. ED-26, pp. 1068–1074 (1979).*

Lit. 23: *Scharfetter, D. L., Gummel, H. K.: Large-signal analysis of a silicon read diode oscillator, IEEE Trans. Electron Devices, Vol. ED-16, pp. 64–77 (1969).*
Lit. 24: *Selberherr, S., Schütz, A., Pötzl, H. W.: A new mobility model for the two-dimensional MOS device simulation – to be published.*
Lit. 25: *Forsythe, G. E., Wasow, W. R.: Finite difference methods for partial differential equations, WILEY, New York (1960).*

Lit. 26: *Varga, R. S.: Matrix iterative analysis, Prentice – Hall, New York (1962).*
Lit. 27: *Marsal, D.: Die numerische Lösung partieller Differentialgleichungen, Bibliographisches Institut, Mannheim (1976).*
Lit. 28: *Stone, H. L.: Iterative solution of implicit approximations of multidimensional partial differential equations, Siam, J., Num. Anal., Vol. 5, pp. 530–558 (1968).*
Lit. 29: *Dupont, T., Kendall, R. D., Rachford, H. H.: An approximate factorization procedure for solving self-adjoint elliptic difference equations, Siam, J., Num. Anal., Vol. 5, pp. 559–573 (1968).*
Lit. 30: *Jesshope, C.: Bipolar transistor modelling with numerical solutions to the two-dimensional DC and transient problems, Ph. D. Thesis, University of Southampton (1976).*

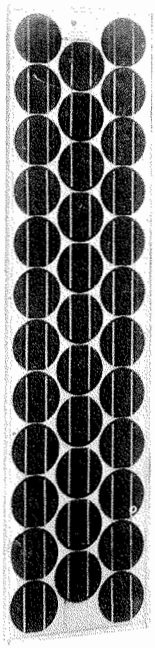
Lit. 31: *Hart, J. F., Cheney, E. W., Lawson, C. L., Maehly, H. J. et al.: Computer approximations, Wiley, New York (1968).*
Lit. 32: *Canali, C., Majni, G., Minder, R., Ottaviani, G.: Electron and hole drift velocity measurements in silicon and their empirical relation to electric field and temperature, IEEE Trans. Electron Devices, Vol. ED-22, pp. 1045–1047 (1975).*
Lit. 33: *Brooks, H.: Theory of the electrical properties of germanium and silicon, Advances in Electronics and Electron Physics, Vol. 7, pp. 85–182 (1955).*
Lit. 34: *Debye, P. P., Conwell, E. M.: Electrical properties of n-type germanium, Phys. Rev., Vol. 93, pp. 693–706 (1954).*

STROMVERSORGUNG – ALMHÜTTENSTROMVERSORGUNG – RETTER IN DER STROMKRISE ETC.

ORGUNG – WASSERPUMPSTATIONEN – TV-UMSETZER

ARCO Solar, Inc.
Solar-Generatoren

verwandeln Sonnenlicht in elektrische Energie



ASI 16-2000
33 Watt
16.1 V – 2.05 A

Temperaturbereich –40°C . . . 90°C
Völlig wetterfeste Konstruktion
Zellen hermetisch dicht in Glaslaminat eingeschlossen
Einfache Montage mittels massiver seitlicher Aluminiumschienen

Verkauf und Beratung durch Spezialfirmen in ganz Österreich.
Verlangen Sie unsere ausführlichen Unterlagen mit Bezugsquellennachweis

KONTRON ELEKTRONIK
Industriestraße B 13
A-2345 Brunn am Gebirge
10 22 36 86 6 31-0